

Ελληνικό Ινστιτούτο Μετρολογίας



ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΔΙΑΚΡΙΒΩΣΗΣ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ΕΠΙΠΕΔΗΣ
ΓΩΝΙΑΣ ΣΤΟ ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΜΕΤΡΟΛΟΓΙΑΣ

Ιωάννης Κουρούπας
Χρήστος Μπαντής, *Ph. D.*
Σεπτέμβριος, 2007

Διεθνές Σύστημα, (S.I.) : αποδεκτές δύο μονάδες για την επίπεδη γωνία.



Στις συμπληρωματικές μονάδες :

Το ακτίνιο (rad)

- Προέρχεται από την θεώρηση του μεγέθους της γωνίας ως μέρος ενός κύκλου. (Λόγος μήκους τόξου ενός κύκλου ακτίνας ρ προς το μήκος της ακτίνας.)
- Ορίζεται ως εκείνη η επίπεδη γωνία η οποία όταν γίνει επίκεντρη ορίζει τόξο, σε οποιοδήποτε κύκλο, με μήκος ίσο με την ακτίνα του.

Στις αποδεκτές λόγω της ευρείας χρήσης τους, μονάδες εκτός S.I. :

Η μοίρα (degree)

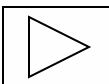
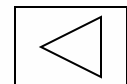
- Προέρχεται από την θεώρηση της γωνίας ως το μέγεθος της περιστροφής αναφορικά με ένα σημείο, δηλαδή διαφορά κατεύθυνσης.

Πλήρης περιστροφή



Διαγραφή ενός κύκλου

- Ορίζεται ως το $1/360$ του κύκλου. Αντιστοιχεί σε $(\pi/180)$ rad.



Μέθοδοι διακρίβωσης



Σύμφωνα με τους ορισμούς των μονάδων, έχουν αναπτυχθεί τεχνικές που βασίζονται:

■ Αρχές της τριγωνομετρίας (sin, tan).

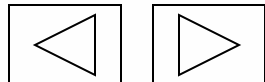
- Χρησιμοποιείται ο λόγος δύο μηκών.
- Η ακρίβεια του συστήματος μέτρησης μήκους που χρησιμοποιείται, βασίζεται στην ιχνηλασιμότητα του πρωτεύοντος προτύπου του μήκους.
- Δεν πληρεί τις προϋποθέσεις χαρακτηρισμού ως πρωτεύον πρότυπο

■ Θεμελιώδη μέθοδο διαίρεσης του κύκλου

- Ακρίβεια του διαθέσιμου εξοπλισμού.
- Ακρίβεια της τεχνικής.
- Δεν αναφέρεται σε κάποιο άλλο διακριβωμένο πρότυπο ή μέγεθος.
- Πληρεί τις προϋποθέσεις χαρακτηρισμού ως πρωτεύον πρότυπο

Απευθείας σύγκριση.

Απαιτείται μία άλλη διακριβωμένη γωνία αναφοράς



Τεχνικές διακρίβωσης στο E.I.M.

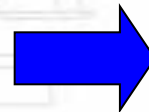


Πρότυπα Αναφοράς :

- Οπτικά πολύγωνα
- Indexing tables
- Angle encoders γωνιακών τραπεζών
- Πλακίδια γωνίας
- Τετράπλευρα κ.α.

Για διακριβώσεις προτύπων με:

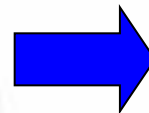
- υψηλή ακρίβεια
- μικρή αβεβαιότητα



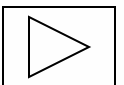
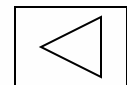
Εφαρμόζονται τεχνικές που βασίζονται στην διαίρεση του κύκλου.

Για διακριβώσεις προτύπων με:

- χαμηλότερη ακρίβεια
- μεγαλύτερη αβεβαιότητα



Εφαρμόζονται τεχνικές απευθείας σύγκρισης με πρότυπα ήδη διακριβωμένα.



Θεμελιώδης μέθοδος διαίρεσης του κύκλου.



- Επίκεντρες γωνίες ονομαστικής τιμής 90°
 $A=90^{\circ}+\alpha$, $B=90^{\circ}+\beta$, $\Gamma=90^{\circ}+\gamma$, $\Delta=90^{\circ}+\delta$
- α , β , γ και δ : Ζητούμενες αποκλίσεις από την ονομαστική τιμή.
- Η γωνία A συγκρίνεται διαδοχικά με κάθε άλλη γωνία και καταγράφουμε τις διαφορές

$$\alpha-\beta=m_1, \quad \alpha-\gamma=m_2, \quad \alpha-\delta=m_3$$

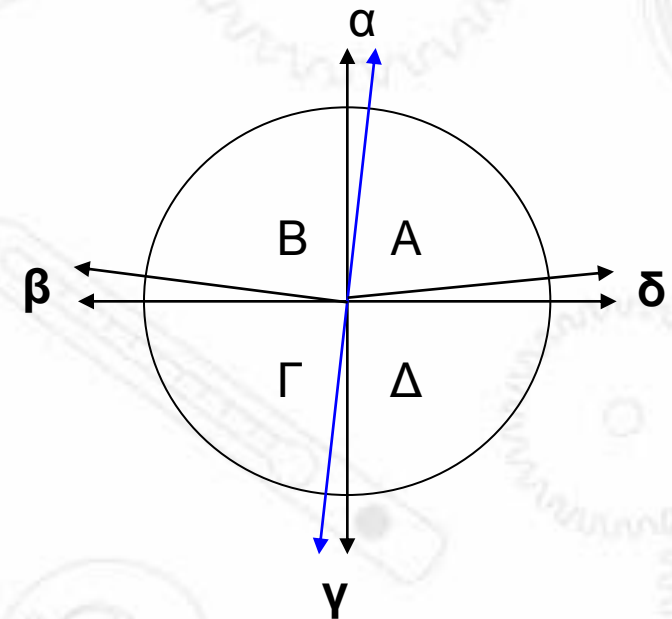
- Επιπλέον εξίσωση: Περάτωση κύκλου

$$A+B+\Gamma+\Delta=360^{\circ}$$

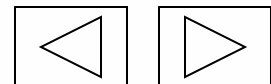


$$\alpha+\beta+\gamma+\delta=0$$

- Λύση συστήματος :



$$\begin{aligned} \alpha &= (m_1+m_2+m_3)/4, \\ \beta &= \alpha-m_1 \\ \gamma &= \alpha-m_2 \\ \delta &= \alpha-m_3 \end{aligned}$$



Άλλοι μέθοδοι διαίρεσης του κύκλου



Απλή περάτωση κύκλου (Simple closure)

- Σύγκριση μίας άγνωστης γωνίας x με όλες τις γωνίες ενός κύκλου.
- Σύστημα n γραμμικών εξισώσεων με $n+1$ αγνώστους.
(n =αριθμός επίκεντρων γωνιών)
- Επιπλέον εξίσωση: Περάτωση κύκλου

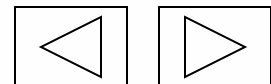
$$A+B+\dots+n=360^\circ$$



$$\alpha+\beta+\dots+n=0$$

Διπλή περάτωση (Dual closure)

- Διαδοχική σύγκριση όλων των γωνιών ενός κύκλου με όλες τις γωνίες ενός δεύτερου κύκλου.
- Σύστημα n^2 γραμμικών εξισώσεων με $2n$ αγνώστους
- 2 επιπλέον εξισώσεις: Περατώσεις των κύκλων
- Σύστημα n^2+2 γραμμικών εξισώσεων με $2n$ αγνώστους.
- Εκφράζομενο σε μορφή πίνακα επιλύεται με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων.



Τεχνικές διακρίβωσης που βασίζονται στην διαίρεση του κύκλου



Βασίζονται στην διαδοχική σύγκριση n , ίσων μεταξύ τους, επίκεντρων γωνιών και μέτρηση των διαφορών αυτών με autocollimator.

- Simple-calibration :

Τεχνικές κατά τις οποίες οι γωνίες ενός προς διακρίβωση προτύπου συγκρίνονται με γωνίες που ανήκουν στο ίδιο πρότυπο.

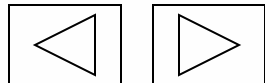
- Cross calibration :

Τεχνικές κατά τις οποίες κάθε γωνία ενός προτύπου συγκρίνεται διαδοχικά με κάθε γωνία ενός δευτέρου.

Ως αποτέλεσμα **τα δύο πρότυπα διακριβώνονται ταυτόχρονα.**

- Self calibration :

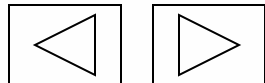
Τεχνικές κατά τις οποίες το μέσο (ή τα μέσα) μέτρησης της διαφοράς των συγκρινόμενων γωνιών ανήκει στο ίδιο το πρότυπο



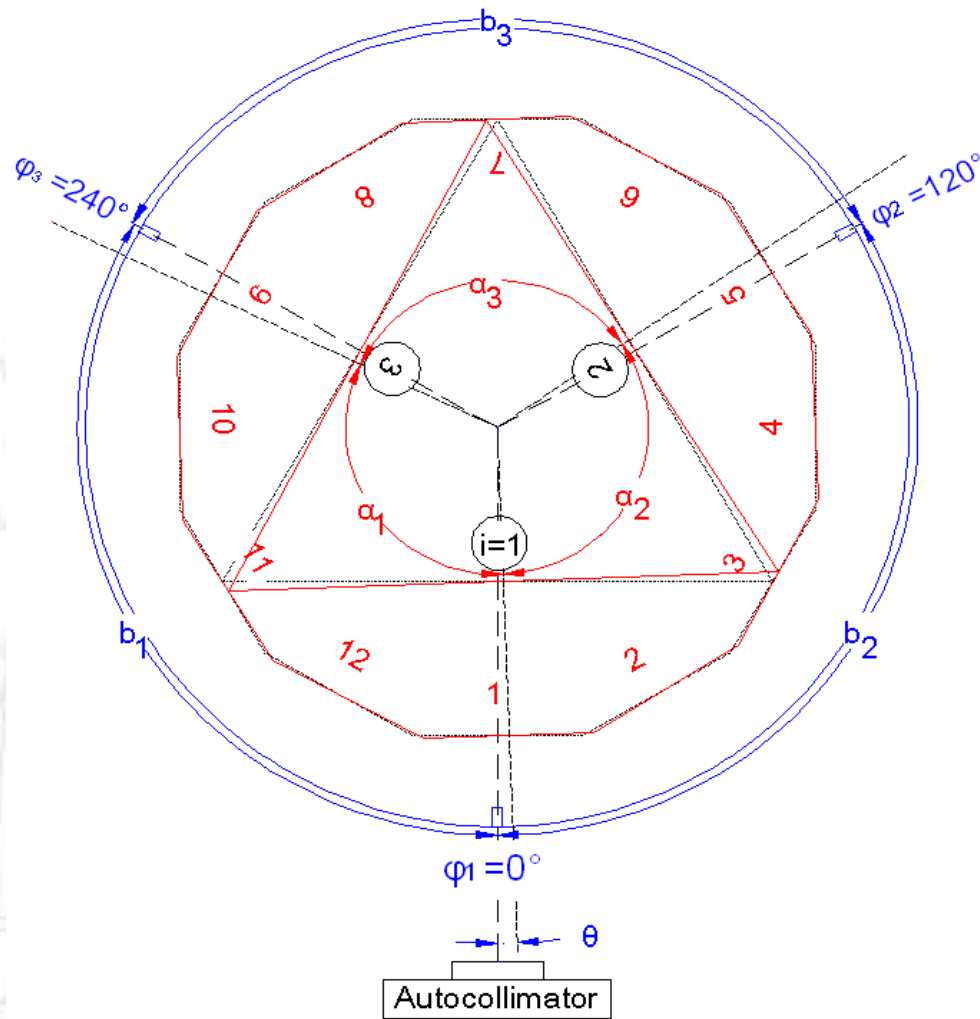
Παράδειγμα: Διακρίβωση πολυγώνου $n=3$



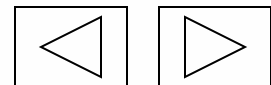
- Τεχνική : Cross Calibration
(ταυτόχρονη διακρίβωση και της γωνιακής τράπεζας)
- Μαθηματική μέθοδος διαίρεσης:
Διπλή περάτωση (dual closure).
- Εξοπλισμός :
 - Autocollimator Moller-Wedel Elcomat 2000 διακριτικής ικανότητας $0,05''$ ακρίβειας $\pm 0,1''$
 - Γωνιακή τράπεζα με angle encoder RON 905 με AWE 1024 interpolator και μετρητική κάρτα IK 220 διακριτικής ικανότητας $0,1''$ ($0,00001^\circ$) και ακρίβειας $\pm 0,2''$.



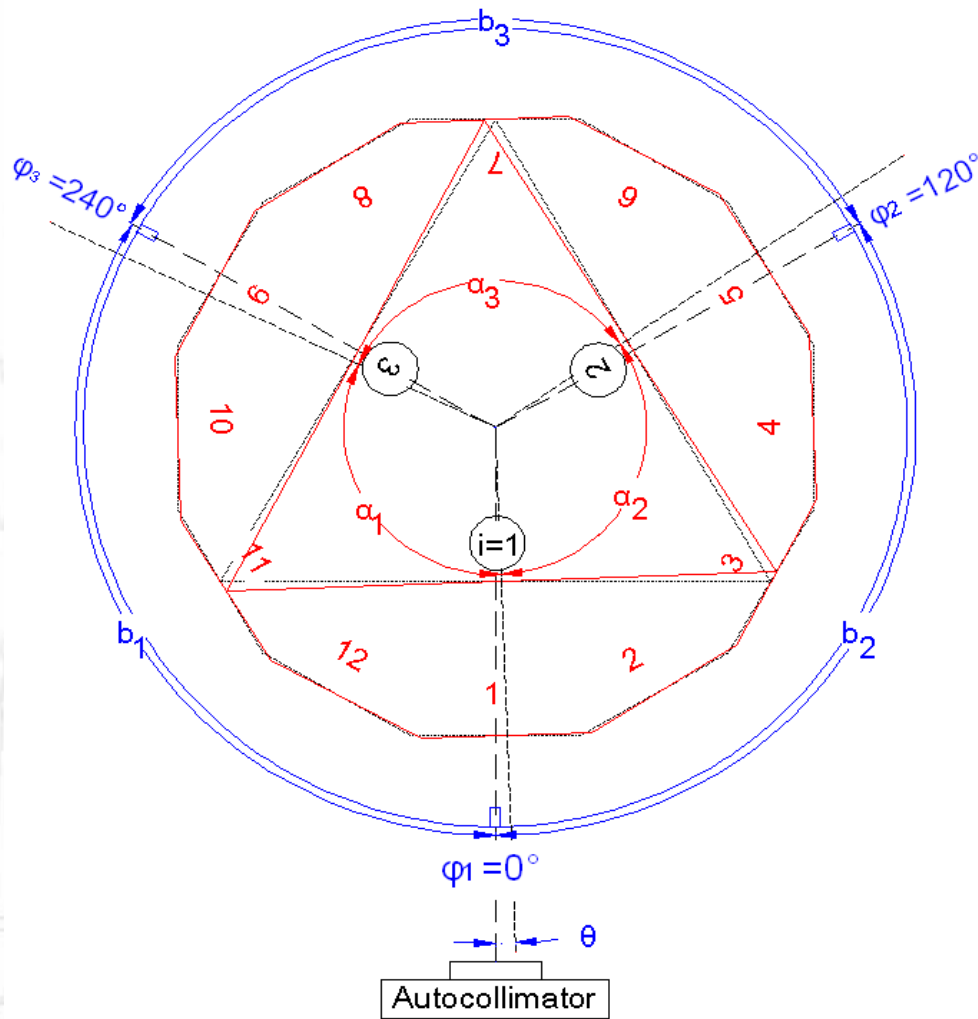
Παράδειγμα: Διακρίβωση πολυγώνου n=3



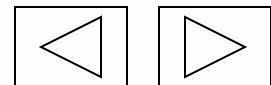
Angle encoder γωνιακής τράπεζας	Πολύγωνο
$b_i = 2\pi/n \quad i=1,2,3$	$\alpha_i = 2\pi/n$
$b_i = 120^\circ + \Delta b_i$	$\alpha_i = 120^\circ + \Delta \alpha_i$
$\sum_{i=1}^3 b_i = 360^\circ \rightarrow \sum_{i=1}^3 \Delta b_i = 0$	$\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 360^\circ \rightarrow \sum_{i=1}^3 \Delta \alpha_i = 0$
$\Delta t_i = \sum_{k=2}^i \Delta b_k$	$\Delta t_i = \sum_{k=2}^i \Delta b_k$



Παράδειγμα: Διακρίβωση πολυγώνου $n=3$



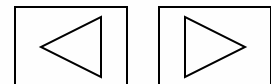
- Η γωνιακή τράπεζα γυρίζει δεξιόστροφα κατά την ονομαστική τιμή της γωνίας $b, \alpha = 120^\circ$
- Καταγράφονται οι αρχικές και τελικές τιμές του **angle encoder** (φ) και του **autocollimator** (θ) (θέσεις $i=1, 2$)
- Η διαφορά των γωνιών θα είναι $\alpha_2 - b_2 = \Delta\alpha_2 - \Delta b_2 = m_2$
Όπου $m_2 = (\varphi_2 - \varphi_1) - 120^\circ - (\theta_2 - \theta_1)$
- Αυτό επαναλαμβάνεται για όλες τις πλευρές του οπτικού πολυγώνου



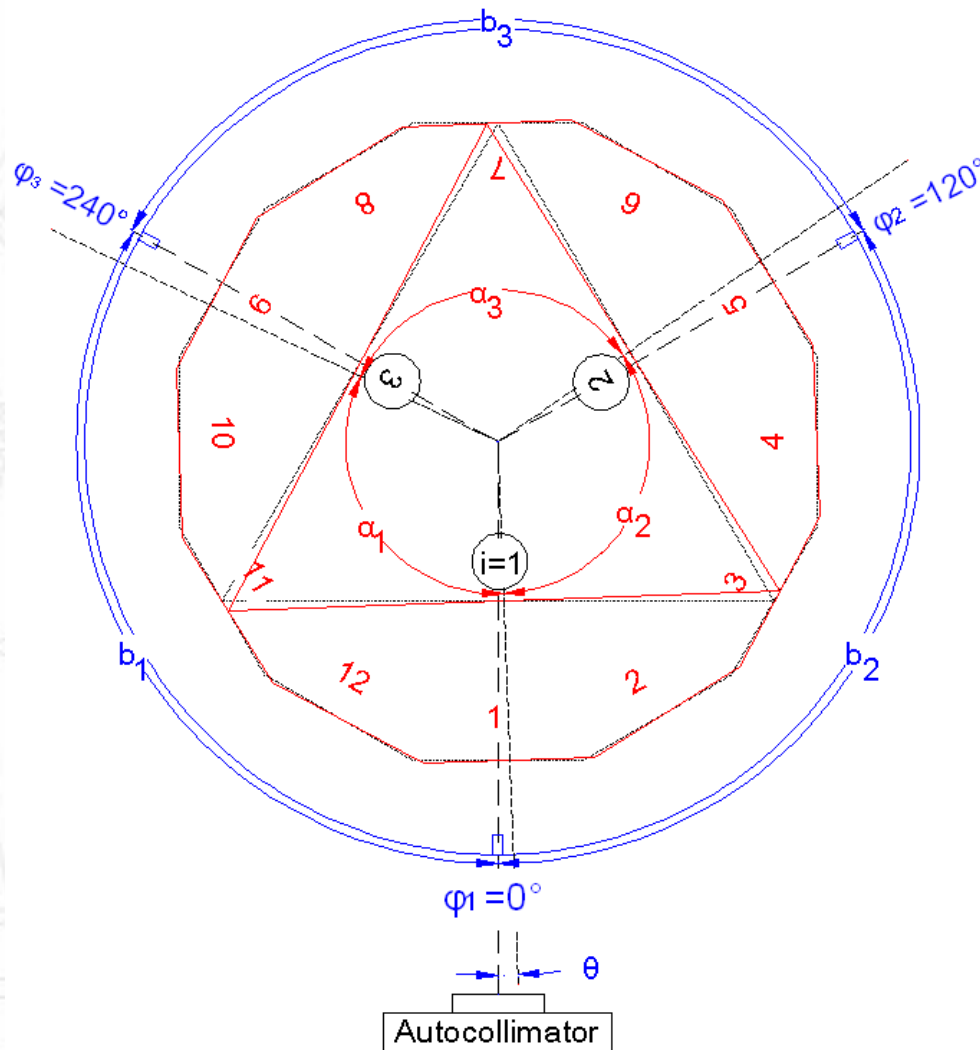
Παράδειγμα: Διακρίβωση πολυγώνου n=3



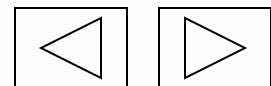
Πολύγωνο Angle encoder (b) \ (α)	(1-2) 0°-120°	(2-3) 120°-240°	(3-1) 240° -0°	Άθροισμα	Απόκλιση γωνίας κλίσης	Αθροιστική απόκλιση
0 ° - 120 °	$\Delta\alpha_2 - \Delta b_2 = m_2$					
120 ° - 240 °		$\Delta\alpha_3 - \Delta b_3 = m_3$				
240 ° - 0 °			$\Delta\alpha_1 - \Delta b_1 = m_1$			
Άθροισμα						
Απόκλιση γωνίας κλίσης						
Αθροιστική απόκλιση						



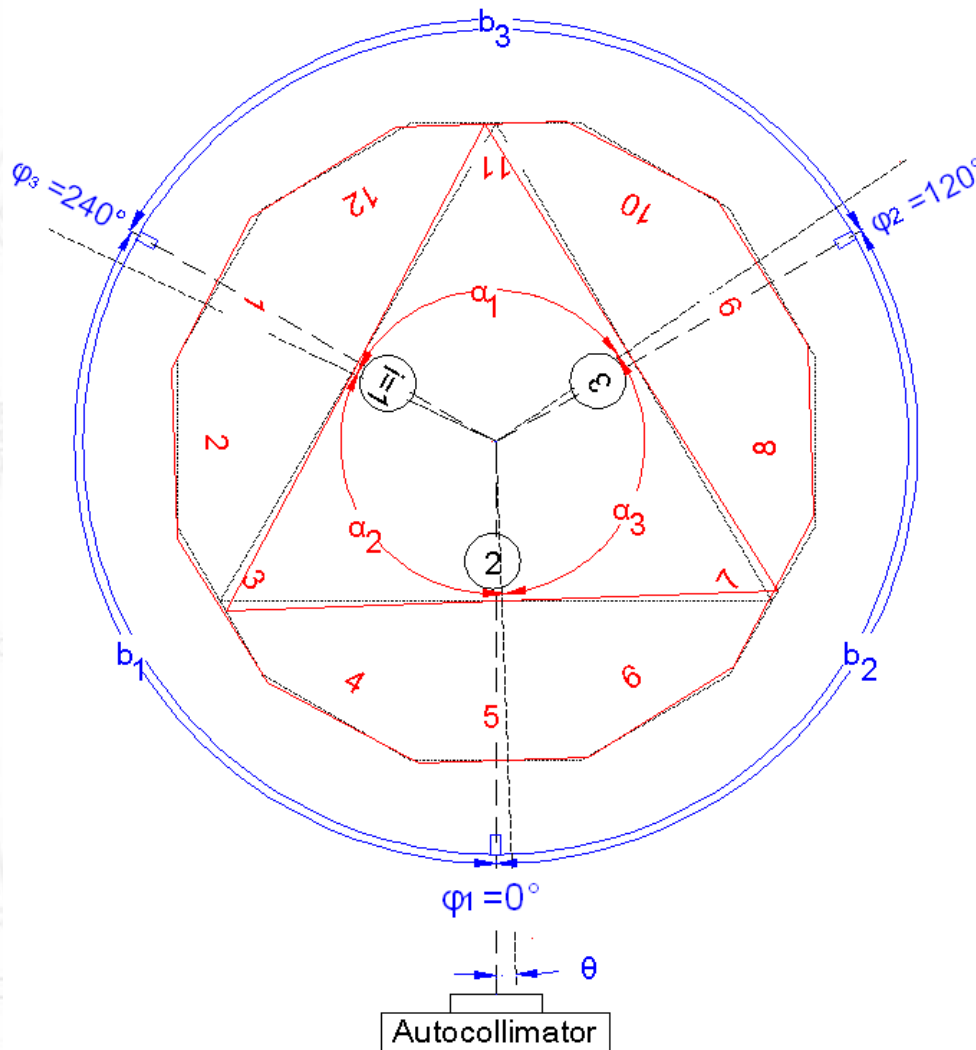
Παράδειγμα: Διακρίβωση πολυγώνου $n=3$



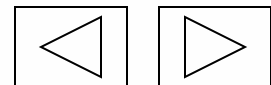
- Κρατώντας σταθερή τη θέση της γωνιακής τράπεζας, περιστρέφουμε το πολύγωνο δεξιόστροφα κατά την ονομαστική τιμή της γωνίας $B, A = 120^\circ$ (με την βοήθεια των ενδείξεων του autocollimator).



Παράδειγμα: Διακρίβωση πολυγώνου $n=3$



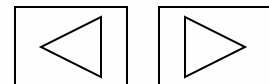
- Κρατώντας σταθερή τη θέση της γωνιακής τράπεζας, περιστρέφουμε το πολύγωνο δεξιόστροφα κατά την ονομαστική τιμή της γωνίας $B, A = 120^\circ$ (με την βοήθεια των ενδείξεων του autocollimator).
- Αυτή είναι η δεύτερη σχετική θέση (από τις συνολικά 3)
- Επαναλαμβάνουμε τις μετρήσεις για όλες τις πλευρές του οπτικού πολυγώνου σχηματίζοντας τις διαφορές:
 $\alpha_3 - b_2 = m_4$
 $\alpha_1 - b_3 = m_5$
 $\alpha_2 - b_1 = m_6$



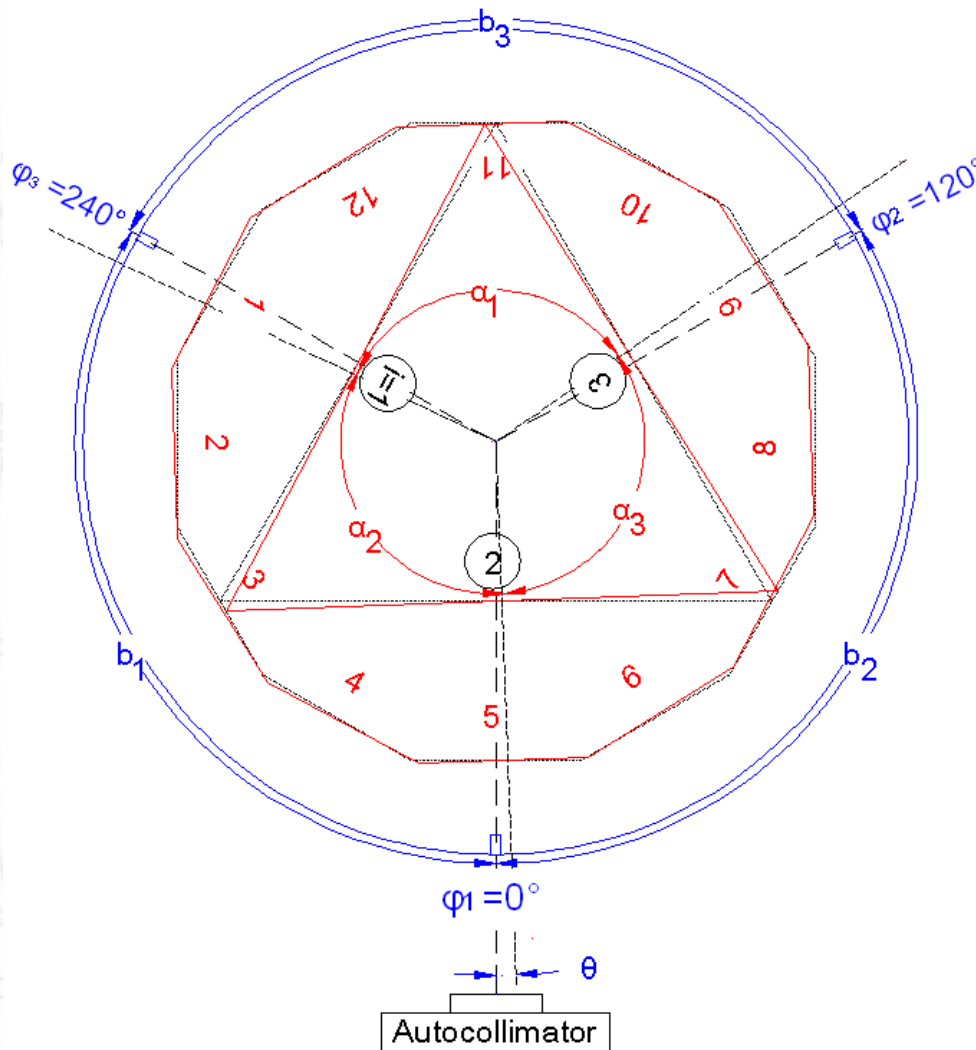
Παράδειγμα: Διακρίβωση πολυγώνου n=3



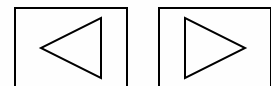
Πολύγωνο Angle encoder (b) \ (α)	(1-2) 0°-120°	(2-3) 120°-240°	(3-1) 240° -0°	Άθροισμα	Απόκλιση γωνίας κλίσης	Αθροιστική απόκλιση
0 ° - 120 °	$\Delta\alpha_2 - \Delta b_2 = m_2$	$\Delta\alpha_3 - \Delta b_2 = m_4$				
120 ° - 240 °		$\Delta\alpha_3 - \Delta b_3 = m_3$	$\Delta\alpha_1 - \Delta b_3 = m_5$			
240 ° - 0 °	$\Delta\alpha_2 - \Delta b_1 = m_6$		$\Delta\alpha_1 - \Delta b_1 = m_1$			
Άθροισμα						
Απόκλιση γωνίας κλίσης						
Αθροιστική απόκλιση						



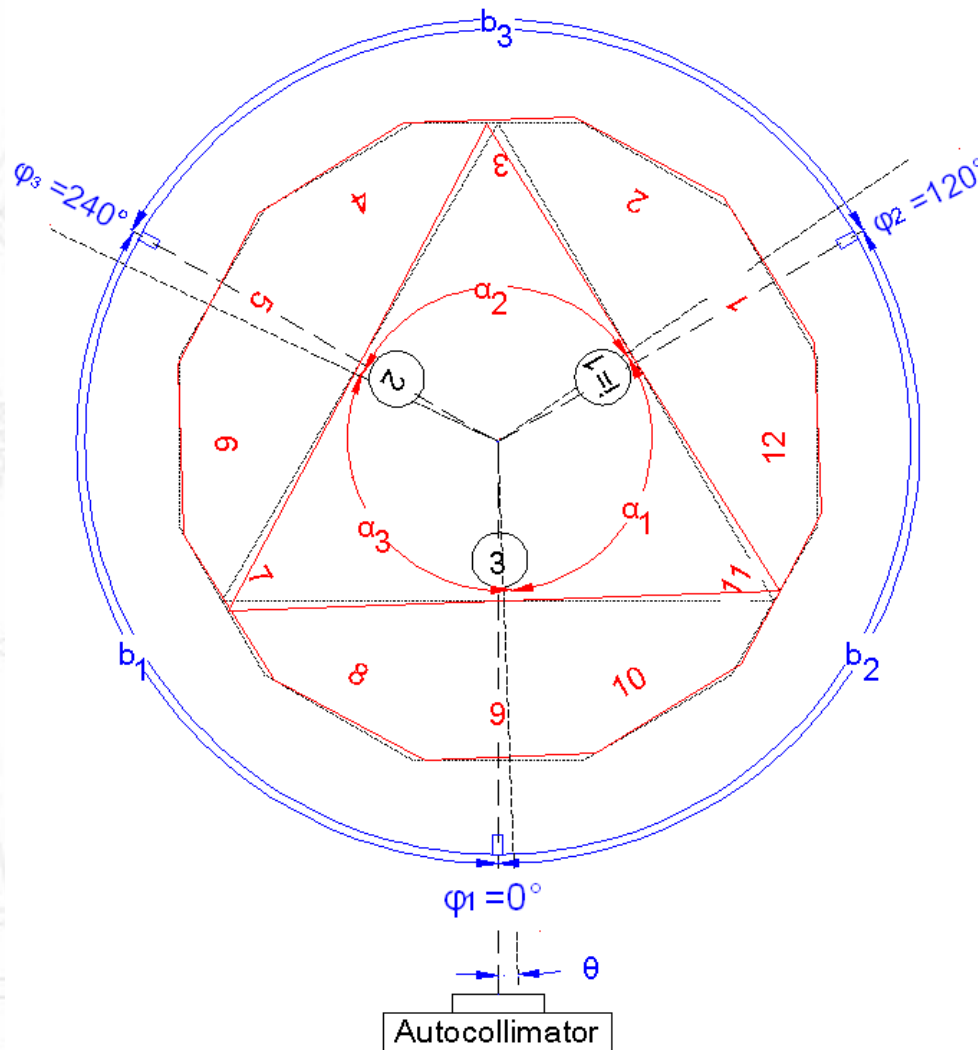
Παράδειγμα: Διακρίβωση πολυγώνου $n=3$



- Κρατώντας σταθερή τη θέση της γωνιακής τράπεζας, περιστρέφουμε το πολύγωνο δεξιόστροφα κατά την ονομαστική τιμή της γωνίας $B, A = 120^\circ$ (με την βοήθεια των ενδείξεων του autocollimator).



Παράδειγμα: Διακρίβωση πολυγώνου $n=3$



- Κρατώντας σταθερή τη θέση της γωνιακής τράπεζας, περιστρέφουμε το πολύγONO δεξιόστροφα κατά την ονομαστική τιμή της γωνίας $B, A = 120^\circ$ (με την βοήθεια των ενδείξεων του autocollimator).

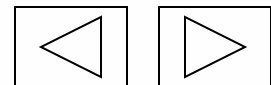
- Αυτή είναι η τρίτη σχετική θέση (από τις συνολικά 3)

- Επαναλαμβάνουμε τις μετρήσεις για όλες τις πλευρές του οπτικού πολυγώνου σχηματίζοντας τις διαφορές:

$$\alpha_1 - b_2 = m_7$$

$$\alpha_2 - b_3 = m_8$$

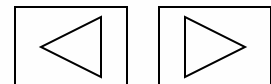
$$\alpha_3 - b_1 = m_9$$



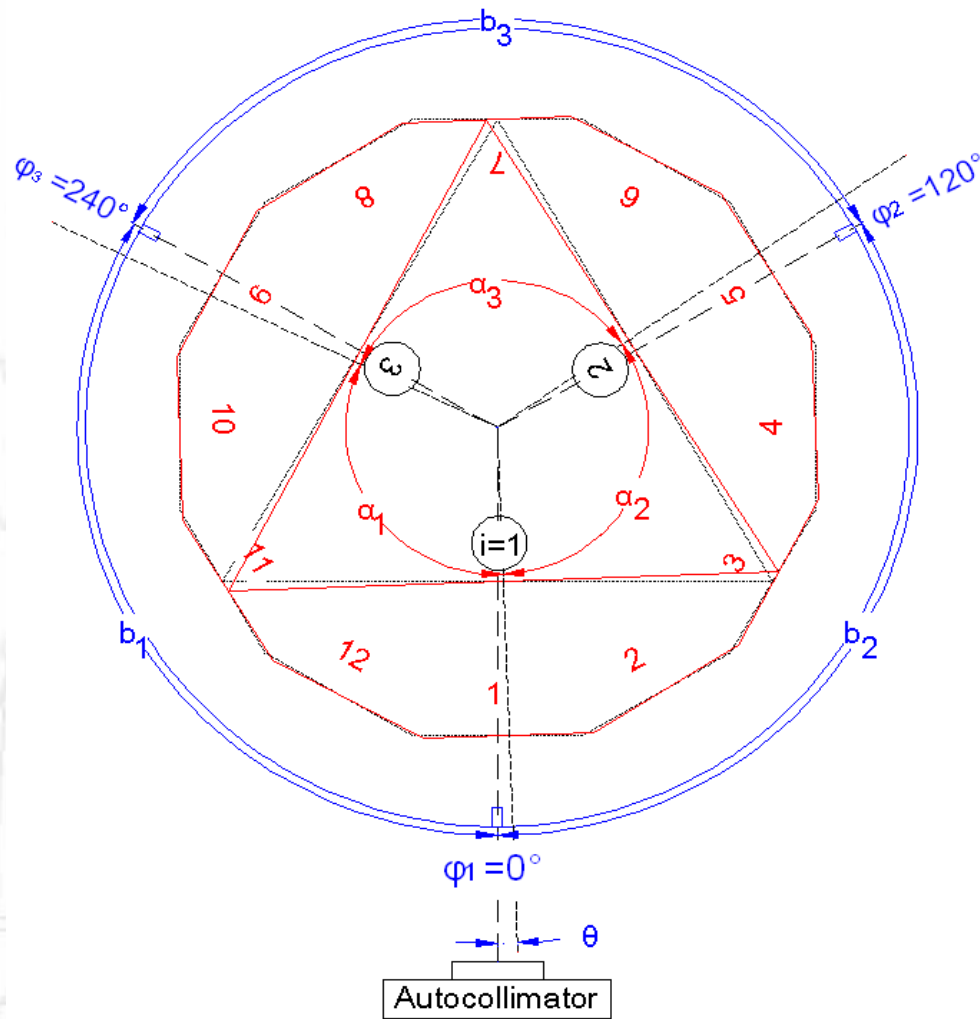
Παράδειγμα: Διακρίβωση πολυγώνου n=3



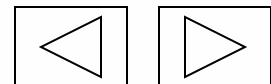
Πολύγωνο Angle encoder (b) \ (α)	(1-2) 0°-120°	(2-3) 120°-240°	(3-1) 240° -0°	Άθροισμα	Απόκλιση γωνίας κλίσης	Αθροιστική απόκλιση
0 ° - 120 °	$\Delta\alpha_2 - \Delta b_2 = m_2$	$\Delta\alpha_3 - \Delta b_2 = m_4$	$\Delta\alpha_1 - \Delta b_2 = m_7$	$\sum_1^3 \Delta\alpha_i - 3\Delta b_2 = m_{2,4,7}$		
120 ° - 240 °	$\Delta\alpha_2 - \Delta b_3 = m_8$	$\Delta\alpha_3 - \Delta b_3 = m_3$	$\Delta\alpha_1 - \Delta b_3 = m_5$			
240 ° - 0 °	$\Delta\alpha_2 - \Delta b_1 = m_6$	$\Delta\alpha_3 - \Delta b_1 = m_9$	$\Delta\alpha_1 - \Delta b_1 = m_1$			
Άθροισμα						
Απόκλιση γωνίας κλίσης						
Αθροιστική απόκλιση						



Παράδειγμα: Διακρίβωση πολυγώνου n=3



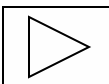
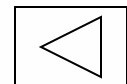
Angle encoder γωνιακής τράπεζας	Πολύγωνο
$b_i = 2\pi/n \quad i=1,2,3$	$\alpha_i = 2\pi/n$
$b_i = 120^\circ + \Delta b_i$	$\alpha_i = 120^\circ + \Delta \alpha_i$
$\sum_{i=1}^3 b_i = 360^\circ \Rightarrow \sum_{i=1}^3 \Delta b_i = 0$	$\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 360^\circ \Rightarrow \sum_{i=1}^3 \Delta \alpha_i = 0$
$\Delta t_i = \sum_{k=2}^i \Delta b_k$	$\Delta t_i = \sum_{k=2}^i \Delta b_k$



Παράδειγμα: Διακρίβωση πολυγώνου n=3



Πολύγωνο Angle encoder (b) \ (α)	(1-2) 0°-120°	(2-3) 120°-240°	(3-1) 240°-0°	Άθροισμα	Απόκλιση γωνίας κλίσης	Αθροιστική απόκλιση
0° - 120°	$\Delta\alpha_2 - \Delta b_2 = m_2$	$\Delta\alpha_3 - \Delta b_2 = m_4$	$\Delta\alpha_1 - \Delta b_2 = m_7$	$-3\Delta b_2 = m_{2,4,7}$	$\Delta b_2 = \frac{m_{2,4,7}}{3}$	$\Delta t_2 = \Delta b_2$
120° - 240°	$\Delta\alpha_2 - \Delta b_3 = m_8$	$\Delta\alpha_3 - \Delta b_3 = m_3$	$\Delta\alpha_1 - \Delta b_3 = m_5$	$-3\Delta b_3 = m_{8,3,5}$	$\Delta b_3 = \frac{m_{8,3,5}}{3}$	$\Delta t_3 = \Delta b_2 + \Delta b_3$
240° - 0°	$\Delta\alpha_2 - \Delta b_1 = m_6$	$\Delta\alpha_3 - \Delta b_1 = m_9$	$\Delta\alpha_1 - \Delta b_1 = m_1$	$-3\Delta b_1 = m_{6,9,1}$	$\Delta b_1 = \frac{m_{6,9,1}}{3}$	$\Delta t_1 = \Delta b_2 + \Delta b_3 + \Delta b_1 = 0$
Άθροισμα	$3\Delta\alpha_2 = m_{2,8,6}$	$3\Delta\alpha_3 = m_{4,3,9}$	$3\Delta\alpha_1 = m_{7,5,1}$	≈ 0		
Απόκλιση γωνίας κλίσης	$\Delta\alpha_2 = \frac{m_{2,8,6}}{3}$	$\Delta\alpha_3 = \frac{m_{4,3,9}}{3}$	$\Delta\alpha_1 = \frac{m_{7,5,1}}{3}$		≈ 0	
Αθροιστική απόκλιση	$\Delta\beta_2 = \Delta\alpha_2$	$\Delta\beta_3 = \Delta\alpha_2 + \Delta\alpha_3$	$\Delta\beta_1 = \Delta\alpha_2 + \Delta\alpha_3 + \Delta\alpha_1 = 0$			

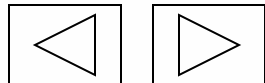


Αβεβαιότητα...



Μοντέλο :

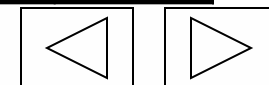
$$m = [(\varphi_{fin} - \varphi_{in}) - (\theta_{fin} - \theta_{in}) - 120^\circ] + \delta a + \delta ar + \delta ak + \delta t + \delta tr + \delta tk + \delta ta + \delta e + \delta p + \delta f$$



Αβεβαιότητα...



Παράμετρος	$u(x_i)$ - sec	v	c_i	$c_i * u(x_i)$
Τυπική απόκλιση των μετρήσεων (φ - θ)	0.070	5	1	0.070
δa , η ακρίβεια του autocollimator (πιστοποιητικό διακρίβωσης), 0,05''	0.029	50	1	0.029
Δa_r διακριτική ικανότητα του autocollimator, 0,05''	0.014	50	1	0.014
Δa_k η επαναληψιμότητα του autocollimator, 0,1'' (k=2)	0.029	13	1	0.029
δt , η ακρίβεια της γωνιακής τράπεζας (πιστοποιητικό διακρίβωσης), 0,5'' (k=2)	0.144	50	1	0.144
δt_r , η διακριτική ικανότητα της γωνιακής τράπεζας, 0,1''	0.029	50	1	0.029
δt_k , η επαναληψιμότητα της γωνιακής τράπεζας, 0,2'' (k=2)	0.058	13	1	0.058
δt_a , η ευθυγράμμιση των αξόνων του autocollimator με τον άξονα περιστροφής του τραπεζιού, 0,05''	0.014	13	1	0.014
δe , η εκκεντρότητα του οπτικού πολυγώνου ή του πλακιδίου γωνίας 0.1"/mm	0.012	13	1	0.012
δp , Τα σφάλματα πυραμίδας, 0,01''	0.006	13	1	0.006
δf , η επιπεδότητα των ανακλαστικών επιφανειών του πολυγώνου ή του πλακιδίου γωνίας 0,01''	0.006	13	1	0.006



Αβεβαιότητα...



- Συνολική αβεβαιότητα u_c και οι ενεργοί βαθμοί ελευθερίας ν_{eff} :

$$u_c(m)=0.18 \text{ '' και } \nu_{\text{eff}}=72$$

- Επομένως για ποσοστό εμπιστοσύνης 95% η διευρυμένη αβεβαιότητα είναι :

$$U(m)=0.4 \text{ sec}$$



Σύνοψη



Έχοντας ξεκινήσει...

Απο την θεώρηση της γωνίας ως το μέγεθος της περιστροφής αναφορικά με ένα σημείο

τον ορισμό της μοίρας να προκύπτει απο την διαίρεση μιας πλήρους περιστροφής (δηλ. ενός κύκλου) σε 360 ίσα μέρη.

Εφαρμόζοντας ...

- Τεχνικές διαίρεσης του κύκλου με σύγκριση και διαχωρισμό λαθών
- Το γεγονός ότι το άθροισμα όλων των επίκεντρων γωνιών σε ένα επίπεδο ισούται με 360° και επομένως το άθροισμα των αποκλίσεων ισούται με 0

Μπορούμε...

Να υλοποιήσουμε την μονάδα της επίπεδης γωνίας με αβεβαιότητες μικρότερες από ένα δεύτερο του δευτερολέπτου της μοίρας $U(m)=0.4 \text{ sec}$

